

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

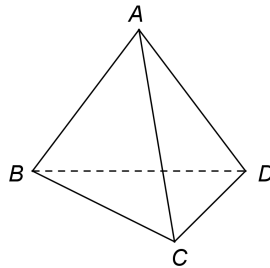
**Varianta 2**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

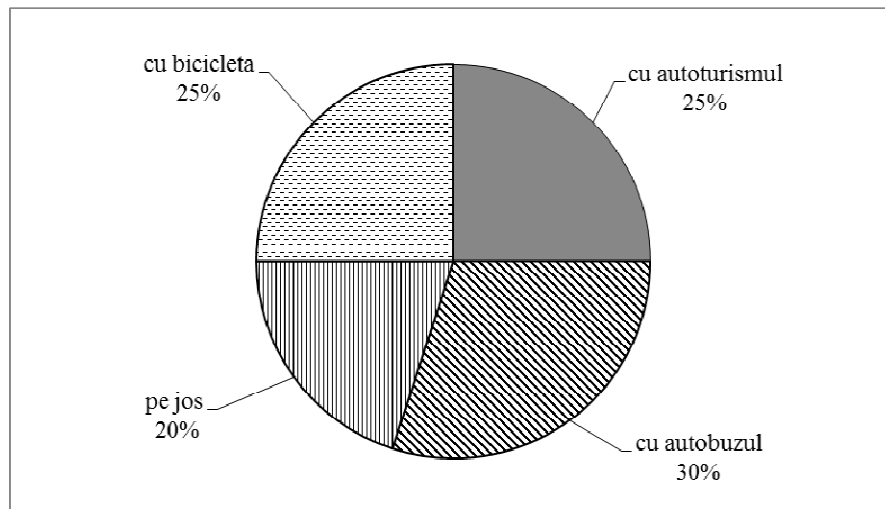
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $18 - 12 : 3$  este egal cu ....
- 5p** 2. Dintre cei 30 de elevi ai unei clase, o treime sunt fete. Numărul fetelor din clasă este egal cu ....
- 5p** 3. Cel mai mare număr întreg din intervalul  $(-4, 2]$  este ....
- 5p** 4. Dacă un dreptunghi are lungimea de 12 cm și lățimea de 5 cm, atunci aria acestui dreptunghi este egală cu ...cm<sup>2</sup>.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$  cu  $AB = 6$  cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu ...cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartitia celor 400 de elevi ai unei școli, în funcție de modul lor de deplasare spre școală.



Conform diagramei, numărul elevilor care se deplasează spre școală cu bicicleta este egal cu ....

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

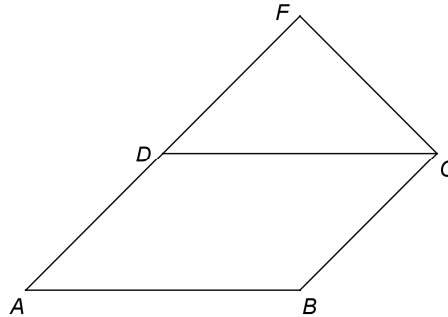
- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ .
- 5p** 2. Arătați că media geometrică a numerelor  $a = 0,36$  și  $b = 0,25$  este egală cu  $\frac{3}{10}$ .
- 5p** 3. Un turist a parcurs un traseu în două zile. În prima zi a parcurs  $\frac{3}{5}$  din lungimea traseului, iar a doua zi restul de 12 km. Calculați lungimea traseului parcurs de turist în cele două zile.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$ .
- 5p** a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p** b) În triunghiul determinat de graficul funcției  $f$  și axele sistemului de coordonate  $xOy$ , determinați lungimea bisectoarei unghiului drept.

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{2x^2 - 18}{x^2 + 6x + 9} : \frac{10(x-3)}{5x+15}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .  
Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

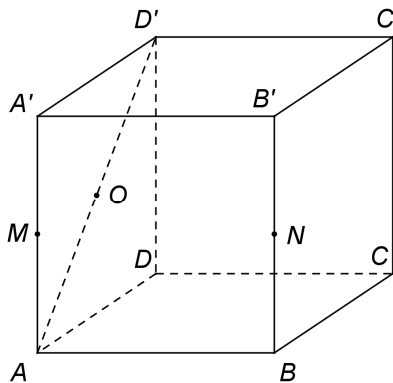
1. *Figura 2* reprezintă schița unui teren. Patrulaterul  $ABCD$  este paralelogram cu  $AB = 12\sqrt{2}$  m,  $BC = 12$  m,  $m(\sphericalangle DAB) = 45^\circ$  și triunghiul  $DCF$  este dreptunghic isoscel cu  $m(\sphericalangle DFC) = 90^\circ$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că perimetrul triunghiului  $DCF$  este egal cu  $12(\sqrt{2} + 2)$  m.  
**5p** b) Arătați că aria terenului este egală cu  $216$  m<sup>2</sup>.  
**5p** c) Demonstrați că dreptele  $CD$  și  $BF$  sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 6$  cm. Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $AA'$ , respectiv  $BB'$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că volumul cubului  $ABCD A' B' C' D'$  este egal cu  $216$  cm<sup>3</sup>.  
**5p** b) Demonstrați că dreptele  $BM$  și  $CO$  sunt coplanare, unde punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $AD'$ .  
**5p** c) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de dreptele  $BD'$  și  $C'N$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

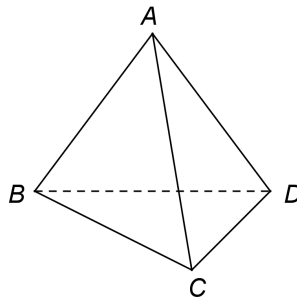
**Varianta 6**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $20 - 20 : 2$  este egal cu ...
- 5p** 2. Șase caiete de același fel costă 30 de lei. Trei dintre acestea costă ... lei.
- 5p** 3. Dacă  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  și  $B = \{4, 6, 8\}$ , atunci mulțimea  $A \cap B$  este egală cu  $\{\dots\}$ .
- 5p** 4. Aria unui pătrat cu latura de 6 cm este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$ . Dacă suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu 12 cm, atunci lungimea muchiei  $AB$  este egală cu ... cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În tabelul de mai jos este prezentat numărul de elevi al fiecăreia dintre clasele unei școli.

Clasa	a V-a A	a V-a B	a VI-a A	a VI-a B	a VII-a A	a VII-a B	a VIII-a A	a VIII-a B
Număr de elevi	25	26	30	28	24	26	30	28

Conform tabelului, numărul total al elevilor din clasele a VIII-a ale acestei școli este egal cu ...

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

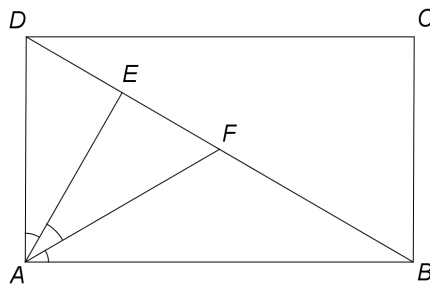
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCDEFGH$ .
- 5p** 2. Arătați că  $(1 + 0,5)(1 - 0,5) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{5}{4}$ .
- 5p** 3. Determinați două numere, știind că media lor aritmetică este egală cu 150, iar raportul celor două numere este egal cu  $\frac{1}{2}$ .
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 3$ .
- 5p** a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p** b) În sistemul de coordonate  $xOy$ , determinați abscisa punctului care aparține graficului funcției  $f$ , știind că punctul are abscisa egală cu ordonata.
- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{(x+2)^2 - 9}{x^2 - 25} : \frac{x-1}{x-5}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -5$ ,  $x \neq 1$  și  $x \neq 5$ . Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -5$ ,  $x \neq 1$  și  $x \neq 5$ .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

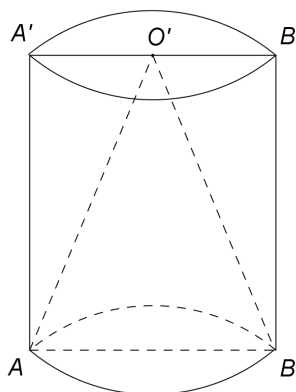
1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 8\sqrt{3}$  cm și  $AD = 8$  cm. Pe segmentul  $BD$  se consideră punctele  $E$  și  $F$  astfel încât  $m(\sphericalangle DAE) = m(\sphericalangle EAF) = m(\sphericalangle FAB)$ .



*Figura 2*

- 5p a) Arătați că perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  este egal cu  $16(\sqrt{3} + 1)$  cm.
- 5p b) Demonstrați că punctele  $A$ ,  $F$  și  $C$  sunt coliniare.
- 5p c) Știind că  $FM \parallel AB$ , unde  $M \in (AD)$  și  $N$  este punctul de intersecție a dreptelor  $FM$  și  $AE$ , demonstrați că dreptele  $DN$  și  $AC$  sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cilindru circular drept cu generatoarea  $AA' = 12$  cm. Segmentul  $AB$  este diametru al bazei cilindrului,  $AB = 10$  cm și punctul  $O'$  este mijlocul diametrului  $A'B'$ .



*Figura 3*

- 5p a) Arătați că aria laterală a cilindrului circular drept este egală cu  $120\pi$  cm<sup>2</sup>.
- 5p b) Demonstrați că segmentul  $A'B$  are lungimea mai mică de 16 cm.
- 5p c) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreapta  $AO'$  și planul uneia dintre bazele cilindrului circular drept.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**  
**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	14	5p
2.	10	5p
3.	2	5p
4.	60	5p
5.	36	5p
6.	100	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă Notează prisma dreaptă	4p 1p
2.	$m_g = \sqrt{0,36 \cdot 0,25} = 0,6 \cdot 0,5 =$ $= 0,3 = \frac{3}{10}$	3p 2p
3.	$\frac{3}{5} \cdot x + 12 = x$ , unde $x$ este lungimea traseului parcurs de turist în cele două zile $x = 30$ km	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OA = 3$ , unde $A$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ $OB = 3$ , unde $B$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ $AB = 3\sqrt{2}$ și, cum $\triangle AOB$ este dreptunghic isoscel, bisectoarea unghiului drept este și mediană, deci are lungimea egală cu $\frac{3\sqrt{2}}{2}$	1p 1p 3p
5.	$2x^2 - 18 = 2(x-3)(x+3)$ $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ $E(x) = \frac{2(x-3)(x+3)}{(x+3)^2} \cdot \frac{5(x+3)}{10(x-3)} = 1$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -3$ și $x \neq 3$	2p 1p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\triangle DCF$ este dreptunghic isoscel și $DC = 12\sqrt{2} \Rightarrow CF = DF = 12$ m $P_{\triangle DCF} = DC + DF + CF = 12\sqrt{2} + 12 + 12 = 12(\sqrt{2} + 2)$ m	3p 2p
----	---	----------

	<b>b)</b> $\mathcal{A}_{\Delta DCF} = \frac{DF \cdot CF}{2} = 72 \text{ m}^2$	<b>2p</b>
	Cum $d(D, AB) = 6\sqrt{2} \text{ m}$ , obținem $\mathcal{A}_{ABCD} = 12\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 144 \text{ m}^2$	<b>2p</b>
	$\mathcal{A}_{\text{teren}} = \mathcal{A}_{\Delta DCF} + \mathcal{A}_{ABCD} = 216 \text{ m}^2$	<b>1p</b>
	<b>c)</b> $\sphericalangle FDC$ și $\sphericalangle BCD$ sunt unghiuri alterne interne și $m(\sphericalangle FDC) = m(\sphericalangle BCD) = 45^\circ$ , deci $DF \parallel BC$ și, cum $DF = BC$ , obținem că $BCFD$ este paralelogram	<b>3p</b>
	Cum $DF = FC$ , obținem că $BCFD$ este romb, deci $BF \perp DC$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	<b>a)</b> $V_{ABCD A' B' C' D'} = AB^3 =$	<b>2p</b>
	$= 6^3 = 216 \text{ cm}^3$	<b>3p</b>
	<b>b)</b> $MO$ este linie mijlocie în $\Delta AD'A'$ , deci $MO \parallel A'D'$	<b>2p</b>
	$A'D' \parallel BC \Rightarrow MO \parallel BC$ , de unde obținem că dreptele $MO$ și $BC$ sunt coplanare, deci și dreptele $BM$ și $CO$ sunt coplanare	<b>3p</b>
	<b>c)</b> $C'N \parallel D'M$ , deci $m(\sphericalangle(BD', C'N)) = m(\sphericalangle(BD', D'M))$	<b>2p</b>
	$BD' = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ , $D'M = BM = 3\sqrt{5} \text{ cm}$ și, dacă $P$ este mijlocul lui $BD'$ , atunci $\Delta MD'P$ este dreptunghic în $P$ , de unde obținem $\text{tg}(\sphericalangle(BD', D'M)) = \text{tg}(\sphericalangle BD'M) = \frac{MP}{D'P} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	<b>3p</b>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 6**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	10	5p
2.	15	5p
3.	4	5p
4.	36	5p
5.	2	5p
6.	58	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$(1+0,5)(1-0,5) = \frac{3}{4}$ Cum $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ , obținem $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$	3p 2p
3.	$\frac{x+y}{2} = 150$ , unde $x$ și $y$ sunt cele două numere, deci $x+y = 300$ Cum $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ , obținem $x = 100$ și $y = 200$	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $f(a) = a$ , unde $A(a, a)$ este punctul care aparține graficului funcției $f$ , punct care are abscisa egală cu ordonata $2a + 3 = a$ , deci $a = -3$	2p 3p
5.	$(x+2)^2 - 9 = (x-1)(x+5)$ $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$ $E(x) = \frac{(x-1)(x+5)}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x-5}{x-1} = 1$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -5$ , $x \neq 1$ și $x \neq 5$	2p 1p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P = 2(AB + AD) =$ $= 2(8\sqrt{3} + 8) = 16(\sqrt{3} + 1)$ cm	2p 3p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>\triangle ABD</math> dreptunghic, deci <math>BD = 16\text{ cm}</math> și, cum <math>AD = \frac{1}{2}BD</math>, obținem <math>m(\sphericalangle ABD) = 30^\circ</math></p> <p><math>m(\sphericalangle ADF) = m(\sphericalangle DAF) = 60^\circ \Rightarrow \triangle AFD</math> este echilateral, deci <math>F</math> este mijlocul segmentului <math>BD</math> și, cum <math>ABCD</math> este dreptunghi, obținem <math>F \in (AC)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>FM \parallel AB</math> și <math>AB \perp AD</math>, deci <math>FM \perp AD</math>, adică <math>FM</math> este înălțime în <math>\triangle AFD</math></p> <p>(<math>AE</math> este bisectoare în triunghiul echilateral <math>AFD</math>, deci <math>AE</math> este înălțime în <math>\triangle AFD \Rightarrow</math> punctul <math>N</math> este ortocentrul <math>\triangle AFD</math>, deci <math>DN \perp AC</math>)</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = 2\pi RG =</math> <math>= \pi \cdot 10 \cdot 12 = 120\pi \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>\triangle ABA'</math> este dreptunghic, deci <math>A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{244} \text{ cm}</math></p> <p>Cum <math>244 &lt; 256</math>, obținem <math>A'B &lt; 16 \text{ cm}</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>m(\sphericalangle(AO', \text{planul bazei})) = m(\sphericalangle(AO', AO)) = m(\sphericalangle OAO')</math>, unde <math>O</math> este centrul bazei cilindrului circular drept</p> <p><math>AO = 5 \text{ cm}</math> și, cum <math>\triangle OAO'</math> este dreptunghic, obținem <math>AO' = 13 \text{ cm}</math>, deci <math>\sin(\sphericalangle OAO') = \frac{12}{13}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>