Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (40 de puncte)

4p **1.** Rezultatul calculului $5{,}1\cdot 10+0{,}49\cdot 100$ este:
A. $5{,}149$ **B.** $5{,}59$ **C.** 10 **D.** 100

4p **2.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_1=1$ și $b_2=2$. Suma primilor trei termeni ai acestei progresii este egală cu:
A. 7 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 3

4p **3.** Mulțimea $M=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,\dfrac{3}{x+1}\in\mathbb{N}\right\}$ este egală cu:
A. $\{-4,-2,0,2\}$ **B.** $\{-4,-2\}$ **C.** $\{0,2\}$ **D.** $\varnothing$

4p **4**. Știind că $\dfrac{x_1^2-1}{x_1}+\dfrac{x_2^2-1}{x_2}=2$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-mx-1=0$, numărul real m este egal cu:
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

4p **5.** Mulțimea soluțiilor ecuației $\sqrt{2-x}-x=0$ este:
A. $\{1\}$ **B.** $\{-2\}$ **C.** $\{-2,1\}$ **D.** $\{-1,2\}$

4p **6.** Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\log_2 n\,\middle|\,n\in\mathbb{N}^*,\ n\leq 20\right\}$, acesta să fie număr natural este egală cu:
A. $\dfrac{1}{20}$ **B.** $\dfrac{3}{20}$ **C.** $\dfrac{1}{5}$ **D.** $\dfrac{1}{4}$

4p **7.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,2)$ și $P(1,1)$. Ecuația mediatoarei segmentului MP este:
A. $y=x-2$ **B.** $y=-x+2$ **C.** $y=-2x+2$ **D.** $y=x+1$

4p **8.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle A)=45^\circ$ și $m(\sphericalangle C)=30^\circ$. Lungimea laturii BC este egală cu:
A. 5 **B.** $5\sqrt{2}$ **C.** 10 **D.** $10\sqrt{2}$

4p **9.** Știind că determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 3 & -1 & 1\\ -3 & a & 1\end{pmatrix}$ este egal cu -5, numărul a este egal cu:
A. -5 **B.** 0 **C.** 5 **D.** 10

4p **10.** Se consideră x_1, x_2 și x_3 rădăcinile polinomului $f=X^3+3X^2+2X-6$. Numărul $x_1^2+x_2^2+x_3^2$ este egal cu:
A. 5 **B.** 4 **C.** -3 **D.** -13

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (20 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(m)=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ -1 & m & -1\\ m & 1 & 3\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+2y+4z=5\\ -x+my-z=-2\\ mx+y+3z=4\end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are soluție unică.

5p **b)** Pentru $m=1$, determinați soluțiile (x_0,y_0,z_0) ale sistemului pentru care $4y_0^2=(x_0+z_0)^2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă, cu element neutru, $x*y=\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(y-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$.

5p **a)** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.

5p **b)** Demonstrați că **nu** există niciun număr natural n al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „$*$” să fie număr natural.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln\left(x^2+x+1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x(x-1)}{x^2+x+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-\frac{1}{7}x+2$.

5p **c)** Demonstrați că pentru fiecare număr natural nenul n, ecuația $f(x)+n=0$ are soluție unică.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^2 e^x f(x)\,dx=2$.

5p **b)** Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=-1$ și $x=1$ are aria egală cu $2-\frac{2}{e}$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră $I_n=\int_0^1 x^n f(x)\,dx$. Demonstrați că $\lim\limits_{n\to+\infty}(n+2)I_n=\frac{1}{e}$.

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (40 de puncte)

4p **1.** Rezultatul calculului $(2+3)\cdot 4-5\cdot(2+2)$ este:

A. -1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 40

4p **2.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1=1$ și $a_2=2$. Al treilea termen al acestei progresii este:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 6

4p **3.** Știind că $i^2=-1$, numărul $a=(4+3i)^2+(3-4i)^2$ este egal cu:

A. 0 **B.** $48i$ **C.** 50 **D.** $50+48i$

4p **4.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x^2$. Numerele reale m pentru care punctul $M(m,m)$ aparține graficului funcției f sunt:

A. -2 și 2 **B.** -2 și 1 **C.** -1 și 2 **D.** 1 și 2

4p **5.** Numărul real a pentru care $5^a+5^{a+1}=30$ este egal cu:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

4p **6.** Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\ldots,\sqrt{49}\right\}$, acesta să fie număr natural este egală cu:

A. $\frac{1}{49}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{8}{49}$ **D.** $\frac{6}{7}$

4p **7.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,2)$ și $B(2,5)$. Lungimea segmentului AB este egală cu:

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 7

4p **8.** Pentru orice număr real x, expresia $E(x)=(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2$ este egală cu:

A. 0 **B.** $2\sin 2x$ **C.** $2+2\sin 2x$ **D.** 2

4p **9.** Determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ -2 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ este egal cu:

A. -2 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 7

4p **10.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+4x+4y+12$. Numărul $(-4)\circ 2019$ este egal cu:

A. -4 **B.** 0 **C.** 2015 **D.** 2019

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (20 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix}x & -y\\ y & x\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Determinați numărul natural n pentru care $A(n-1,0)+A(n+1,0)=A(2018,0)$.

5p **b)** Determinați numărul real a, știind că există un număr real x pentru care $A(x,1)\cdot A(x,1)=A(a,-2)$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 7X^2 + mX - 8$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 3X + 1$, știind că f se divide cu $X - 2$.

5p **b)** Determinați numărul real m, știind că polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x+2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $(-2,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1)=0$.

5p **b)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este egal cu $\dfrac{97\pi}{10}$.

5p **c)** Determinaţi numărul $m\in(1,+\infty)$, știind că $\int_1^m \left(f(x)-x^2\right)\ln x\,dx=\dfrac{1}{2}$.